

CONCURSUL NAȚIONAL DE OCUPARE A POSTURILOR DIDACTICE/CATEDRELOR  
VACANTE/REZERVATE ÎN ÎNVĂȚĂMÂNTUL PREUNIVERSITAR

21 iulie 2021

Probă scrisă

MATEMATICĂ

Model

- Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă zece puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de patru ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

1. Se consideră numărul natural  $k$ ,  $k \geq 2$  și funcția  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = x^2 + 2x + 2k$ .
- 5p a) Pentru  $k = 3$ , determinați numărul natural  $n$  pentru care  $f(n) = 9$ .
- 5p b) Determinați numărul natural  $k$ ,  $k \geq 2$ , știind că dreapta de ecuație  $y = 4x + 5$  intersectează graficul funcției  $f$  în exact un punct.
- 5p c) Demonstrați că mulțimea numerelor naturale  $n$  pentru care numărul  $f(n)$  este pătratul unui număr natural este nevidă.
2. Se consideră triunghiul  $ABC$ , dreptunghic în  $A$  și  $AD \perp BC$ ,  $D \in BC$ . Punctul  $M$  este mijlocul segmentului  $AD$ , punctul  $B'$  este simetricul punctului  $B$  față de dreapta  $CM$  și punctul  $C'$  este simetricul punctului  $C$  față de dreapta  $BM$ . Dreptele  $BC'$  și  $CB'$  se intersectează în punctul  $E$ .
- 5p a) Arătați că  $4MD^2 = BD \cdot DC$ .
- 5p b) Demonstrați că punctul  $M$  este centrul cercului înscris în triunghiul  $BCE$ .
- 5p c) Demonstrați că  $BE + CE = \frac{5}{3}BC$ .

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

1. Se consideră polinomul  $f = X^4 - 13X^2 + 35$ .
- 5p a) Determinați rădăcinile polinomului  $g = f + 1$ .
- 5p b) Demonstrați că  $f(x) \geq 83$ , pentru orice  $x \in [4, +\infty)$ .
- 5p c) Demonstrați că **nu** există  $h_1, h_2 \in \mathbb{Z}[X]$ , de grad cel puțin 1, astfel încât  $f = h_1 h_2$ .
2. Se consideră funcția  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$ ,  $f(x) = \frac{e^x + x + 1}{x}$ .
- 5p a) Arătați că  $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = -\infty$ .
- 5p b) Demonstrați că  $f(x) > e + 2$ , pentru orice  $x \in (0, 1)$ .
- 5p c) Arătați că  $\int_1^2 \frac{1}{f(x)} dx = \ln \frac{e^2 + 2e}{e^2 + 3}$ .

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Următoarea secvență face parte din programa școlară de matematică pentru clasa a VII-a.

Competențe specifice și exemple de activități de învățare

Clasa a VII-a

1.7. Recunoașterea elementelor unui triunghi dreptunghic într-o configurație geometrică dată

- Identificarea triunghiurilor dreptunghice în configurații geometrice date
- Identificarea catetelor și a ipotenuzei într-un triunghi dreptunghic dat
- Folosirea instrumentelor geometrice pentru a identifica proiecția unui punct/segment pe o dreaptă

<ul style="list-style-type: none"> <li>- Identificarea proiecției unui segment pe o dreaptă în diferite configurații geometrice</li> <li>- Realizarea unor decupaje după indicații date (de exemplu, decuparea unui triunghi de-a lungul unei înălțimi)</li> </ul>
<p><b>2.7. Aplicarea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic pentru determinarea unor elemente ale acestuia</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Calcularea lungimilor unor segmente utilizând teorema înălțimii, teorema catetei sau teorema lui Pitagora</li> <li>- Calcularea ariei unui triunghi oarecare folosind descompunerea suprafeței sale în triunghiuri dreptunghice</li> <li>- Calcularea sinusului, cosinusului, tangentei și cotangentei pentru unghiuri ascuțite ale unui triunghi dreptunghic</li> </ul>
<p><b>3.7. Deducerea relațiilor metrice într-un triunghi dreptunghic</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Aplicarea teoremei lui Pitagora, a teoremei înălțimii sau a teoremei catetei, pentru a determina elemente ale unui triunghi dreptunghic</li> <li>- Determinarea valorilor pentru sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unghiurilor de <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> sau <math>60^\circ</math></li> <li>- Utilizarea valorilor pentru sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unghiurilor de <math>30^\circ</math>, <math>45^\circ</math> sau <math>60^\circ</math> pentru determinarea unor lungimi de segmente într-un triunghi dreptunghic</li> <li>- Determinarea unor lungimi de segmente, măsuri de unghiuri, perimetre în configurații geometrice</li> </ul>
<p><b>4.7. Exprimarea în limbaj matematic a relațiilor dintre elementele unui triunghi dreptunghic</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Utilizarea reciprocei teoremei lui Pitagora pentru stabilirea perpendicularității a două drepte sau a naturii unui triunghi</li> <li>- Observarea diferenței dintre condițiile necesare și suficiente în contexte geometrice referitoare la relații metrice</li> <li>- Identificarea unor situații particulare și evidențierea unor proprietăți în contexte geometrice referitoare la relații metrice</li> </ul>
<p><b>5.7. Interpretarea unor relații metrice între elementele unui triunghi dreptunghic</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Determinarea elementelor unui triunghi dreptunghic utilizând relațiile metrice și trigonometrice studiate</li> <li>- Utilizarea valorilor pentru sinus, cosinus, tangentă sau cotangentă din tabele trigonometrice în rezolvarea unor probleme practice</li> <li>- Utilizarea unor metode de calculare a ariei unui triunghi sau a unui patrulater</li> <li>- Analizarea unor metode alternative de rezolvare a problemelor de geometrie utilizând relații metrice și elemente de trigonometrie</li> </ul>
<p><b>6.7. Implementarea unei strategii pentru rezolvarea unor situații date, utilizând relații metrice în triunghiul dreptunghic</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Analizarea prin activități de grup sau individuale a unor situații care necesită folosirea relațiilor metrice în triunghiul dreptunghic</li> <li>- Compararea diferitelor metode utilizate în rezolvarea unor probleme referitoare la relații metrice într-un triunghi dreptunghic</li> <li>- Rezolvarea unor probleme prin estimarea unor mărimi din situații practice, folosind triunghiul dreptunghic (de exemplu, verificarea faptului că un dulap așezat în poziție orizontală poate fi ridicat în poziție verticală, în condițiile unei camere de înălțime dată)</li> </ul>

[...]

Domeniul de conținut	Conținuturi
Geometrie	<p><b>7. RELAȚII METRICE ÎN TRIUNGHIIUL DREPTUNGHIC</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Proiecții ortogonale pe o dreaptă; teorema înălțimii; teorema catetei</li> <li>• Teorema lui Pitagora; reciproca teoremei lui Pitagora</li> <li>• Noțiuni de trigonometrie în triunghiul dreptunghic: sinusul, cosinusul, tangenta și cotangenta unui unghi ascuțit</li> <li>• Rezolvarea triunghiului dreptunghic; aplicații: calculul elementelor (latură, apotemă, arie, perimetru) în triunghiul echilateral, în pătrat și în hexagonul regulat; aproximarea în situații practice a distanțelor folosind relații metrice</li> </ul>

**Notă:** Conținuturile vor fi abordate din perspectiva competențelor specifice. Activitățile de învățare sugerate oferă o imagine posibilă privind contextele de formare/dezvoltare a acestor competențe.

(Programa școlară pentru disciplina Matematică, OMEN nr. 3393/28.02.2017)

Folosind informațiile din secvența de mai sus, în vederea evaluării formării/dezvoltării competențelor specifice precizate, elaborați o probă de evaluare la finalul unității de învățare „Rezolvarea triunghiului dreptunghic”, care să cuprindă 6 itemi: *un item de completare, un item cu răspuns scurt, un item de tip pereche, un item de tip alegere multiplă, un item de tip întrebare structurată și un item de tip rezolvare de probleme*. Pentru fiecare item menționați competența specifică evaluată și activitatea de învățare selectată dintre cele sugerate în programa școlară.

**Notă.** Pentru fiecare dintre itemii elaborați se punctează menționarea competenței specifice evaluate și a activității de învățare selectate, respectarea formatului itemului, elaborarea răspunsului așteptat (baremul de evaluare) și corectitudinea științifică a informației de specialitate.