Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)

Matematică *M_tehnologic*

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 16

Filiera tehnologică: profilul servicii, toate calificările profesionale; profilul resurse, toate calificările profesionale; profilul tehnic, toate calificările profesionale

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$\log_5 5-\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{3}+\frac{1}{4}\right):\frac{5}{12}=1-\frac{6-4+3}{12}:\frac{5}{12}=1-\frac{5}{12}:\frac{5}{12}=$	**3p**
	$=1-1=0$	**2p**
2.	$f(n)=7\Rightarrow n^2+n+1=7\Rightarrow n^2+n-6=0$	**3p**
	Cum n este număr natural, obținem $n=2$	**2p**
3.	$x^2-9=x^2-6x+9\Rightarrow 6x=18$	**3p**
	$x=3$, care convine	**2p**
4.	Mulțimea numerelor naturale de două cifre are 90 de elemente, deci sunt 90 de cazuri posibile	**2p**
	Numerele de două cifre de forma $\overline{aa}$ sunt 11, 22, 33, 44, 55, 66, 77, 88 și 99, deci sunt 9 cazuri favorabile	**2p**
	$p=\frac{\text{nr. cazuri favorabile}}{\text{nr. cazuri posibile}}=\frac{9}{90}=\frac{1}{10}$	**1p**
5.	$AB=4$, $d(C,AB)=4$	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{AB\cdot d(C,AB)}{2}=\frac{4\cdot 4}{2}=8$	**2p**
6.	ΔABC este dreptunghic în A și $AC=\frac{BC}{2}$	**2p**
	$m(\sphericalangle B)=30^\circ$	**3p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$\det A=\begin{vmatrix}-2 & 2\\ -1 & -1\end{vmatrix}=(-2)\cdot(-1)-2\cdot(-1)=$	**3p**
	$=2-(-2)=4$	**2p**
b)	$A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & -6\\ 3 & -1\end{pmatrix}$, $3A=\begin{pmatrix}-6 & 6\\ -3 & -3\end{pmatrix}$, $4I_2=\begin{pmatrix}4 & 0\\ 0 & 4\end{pmatrix}$	**3p**
	$A\cdot A+3A+4I_2=\begin{pmatrix}2-6+4 & -6+6+0\\ 3-3+0 & -1-3+4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix}=O_2$	**2p**
c)	$A\cdot A\cdot A=\begin{pmatrix}2 & 10\\ -5 & 7\end{pmatrix}$, $xA+yI_2=\begin{pmatrix}-2x+y & 2x\\ -x & -x+y\end{pmatrix}$	**3p**
	$\begin{pmatrix}2 & 10\\ -5 & 7\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-2x+y & 2x\\ -x & -x+y\end{pmatrix}\Leftrightarrow x=5$, $y=12$	**2p**

2.a)	$2020 * 1 = 2\cdot 2020\cdot 1 - 2\cdot 2020 - 2\cdot 1 + 3 =$ $= -2 + 3 = 1$	**3p** **2p**
b)	$x * y = 2xy - 2x - 2y + 2 + 1 = 2(xy - x - y + 1) + 1 =$ $= 2\big(x(y-1) - (y-1)\big) + 1 = 2(x-1)(y-1) + 1$, pentru orice numere reale x și y	**3p** **2p**
c)	$x * x = 2(x-1)^2 + 1$, $(x * x) * x = 4(x-1)^3 + 1$, pentru orice număr real x $4(x-1)^3 + 1 = x \Leftrightarrow (x-1)\left(4(x-1)^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$ sau $x = 1$ sau $x = \frac{3}{2}$	**2p** **3p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x) = 9x^2 - 9 =$ $= 9\left(x^2 - 1\right) = 9(x-1)(x+1)$, $x \in \mathbb{R}$	**3p** **2p**
b)	$f(1) = -1$, $f'(1) = 0$ Ecuația tangentei este $y - f(1) = f'(1)(x-1) \Rightarrow y = -1$	**2p** **3p**
c)	$f'(x) \geq 0$, pentru orice $x \in [1, +\infty)$, deci f este crescătoare pe intervalul $[1, +\infty)$ $f(2019) \leq f(2020)$ și $f(2021) \leq f(2022)$, deci $f(2019) + f(2021) \leq f(2020) + f(2022)$	**3p** **2p**
2.a)	$\int_0^3 \left(f(x) + 4\right) dx = \int_0^3 x^2 dx =$ $= \frac{x^3}{3}\Big\|_0^3 = \frac{27}{3} = 9$	**2p** **3p**
b)	$\int_0^1 \frac{1}{f(x) + 5} dx = \int_0^1 \frac{1}{x^2 + 1} dx = \operatorname{arctg} x \Big\|_0^1 =$ $= \operatorname{arctg} 1 - \operatorname{arctg} 0 = \frac{\pi}{4}$	**3p** **2p**
c)	$\int_{\frac{1}{a}}^{a} f\left(\frac{1}{x}\right) dx = \int_{\frac{1}{a}}^{a} \left(\frac{1}{x^2} - 4\right) dx = \left(-\frac{1}{x} - 4x\right)\Big\|_{\frac{1}{a}}^{a} = \frac{3}{a} - 3a$ $\frac{3}{a} - 3a = -8 \Leftrightarrow 3a^2 - 8a - 3 = 0$ și, cum $a > 0$, obținem $a = 3$	**3p** **2p**