Examenul de bacalaureat naţional 2020
Proba E. c)
Matematică *M_mate-info*
BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

Test 1

Filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-informatică
Filiera vocaţională, profilul militar, specializarea matematică-informatică

- **Pentru orice soluţie corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracţiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parţiale, în limitele punctajului indicat în barem.**
- **Se acordă 10 puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărţirea la 10 a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	$a=16+24i+9i^2+9-24i+16i^2=$	**2p**
	$=16-9+9-16=0$, care este număr natural	**3p**
2.	$\Delta=121-4m$	**2p**
	$\Delta\geq 0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty,\frac{121}{4}\right]$, deci cel mai mare număr întreg m pentru care soluțiile ecuației sunt numere reale este 30	**3p**
3.	$1+\log_7 x+\frac{1}{\log_7 x}=3\Rightarrow\left(\log_7 x-1\right)^2=0$	**3p**
	$\log_7 x=1$, deci $x=7$, care convine	**2p**
4.	$C_n^2=45$, unde n este numărul de elemente al mulțimii, $n\in\mathbb{N}$, $n\geq 2$	**3p**
	$\frac{n(n-1)}{2}=45$ și, cum n este număr natural, obținem $n=10$	**2p**
5.	Distanța de la punctul A la dreapta BC este egală cu 6	**3p**
	$\mathcal{A}_{\Delta ABC}=\frac{BC\cdot d(A,BC)}{2}=\frac{4\cdot 6}{2}=12$	**2p**
6.	$\cos x\cos x-\sin x\sin x=\frac{1}{2}\Leftrightarrow\cos 2x=\frac{1}{2}$	**3p**
	Cum $x\in\left(0,\frac{\pi}{2}\right)$, obținem $x=\frac{\pi}{6}$	**2p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$A(1)=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&2\\0&0&1\end{pmatrix}\Rightarrow\det\left(A(1)\right)=\begin{vmatrix}1&1&0\\0&1&2\\0&0&1\end{vmatrix}=$	**2p**
	$=1+0+0-0-0-0=1$	**3p**
b)	$A(a)A(b)=\begin{pmatrix}1&a&a^2-a\\0&1&2a\\0&0&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1&b&b^2-b\\0&1&2b\\0&0&1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}1&b+a&b^2-b+2ab+a^2-a\\0&1&2b+2a\\0&0&1\end{pmatrix}=$	**3p**
	$=\begin{pmatrix}1&a+b&(a+b)^2-(a+b)\\0&1&2(a+b)\\0&0&1\end{pmatrix}=A(a+b)$, pentru orice numere reale a și b	**2p**
c)	$A(3)A(-3)=A(0)=I_3$, deci inversa matricei $A(3)$ este matricea $A(-3)$	**2p**
	$X=A(-3)\cdot A(5)\Leftrightarrow X=A(2)$, de unde obținem $X=\begin{pmatrix}1&2&2\\0&1&4\\0&0&1\end{pmatrix}$	**3p**

2.a)	$x*y=2xy-3x-3y+\frac{9}{2}+\frac{3}{2}=2\left(xy-\frac{3}{2}x-\frac{3}{2}y+\frac{9}{4}\right)+\frac{3}{2}=$	**3p**
	$=2\left(x\left(y-\frac{3}{2}\right)-\frac{3}{2}\left(y-\frac{3}{2}\right)\right)+\frac{3}{2}=2\left(x-\frac{3}{2}\right)\left(y-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}$, pentru orice numere reale x și y	**2p**
b)	$2\left(x-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{3}{2}=14\Leftrightarrow\left(x-\frac{3}{2}\right)^2=\frac{25}{4}$	**2p**
	$x-\frac{3}{2}=-\frac{5}{2}$ sau $x-\frac{3}{2}=\frac{5}{2}$, deci $x=-1$ sau $x=4$	**3p**
c)	$4\left(2^n+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right)\left(2^{n+1}+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right)\left(2^{n+2}+\frac{3}{2}-\frac{3}{2}\right)+\frac{3}{2}=2^{20}+\frac{3}{2}\Leftrightarrow 2^{2+n+n+1+n+2}=2^{20}$	**3p**
	$3n+5=20$, deci $n=5$	**2p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.a)	$f'(x)=-\frac{2}{(x-1)^3}+\frac{2}{x^3}=$	**3p**
	$=\frac{-2x^3+2x^3-6x^2+6x-2}{x^3(x-1)^3}=\frac{-2\left(3x^2-3x+1\right)}{x^3(x-1)^3}$, $x\in(1,+\infty)$	**2p**
b)	Panta dreptei care este paralelă cu tangenta la graficul funcției f în punctul de abscisă $x=2$ este $f'(2)=-\frac{7}{4}$	**3p**
	Ecuația dreptei este $y-3=f'(2)(x-0)$, deci $y=-\frac{7}{4}x+3$	**2p**
c)	$\lim\limits_{n\to+\infty}\left(f(2)+f(3)+\ldots+f(n)\right)^{n^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}+\ldots+\frac{1}{(n-1)^2}-\frac{1}{n^2}\right)^{n^2}=$	**3p**
	$=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(1-\frac{1}{n^2}\right)^{n^2}=\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\left(1+\frac{-1}{n^2}\right)^{-n^2}\right)^{-1}=e^{-1}$	**2p**
2.a)	$\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x}{f(x)}dx=\int_0^{\sqrt{3}}\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx=\sqrt{x^2+1}\,\Big\vert_0^{\sqrt{3}}=$	**3p**
	$=\sqrt{4}-\sqrt{1}=1$	**2p**
b)	$\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\frac{x^2+1}{\sqrt{x^2+1}}dx=\int_0^1\left(x\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}+\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}\right)dx=\int_0^1 x\left(\sqrt{x^2+1}\right)'dx+\int_0^1\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}dx=$	**3p**
	$=x\sqrt{x^2+1}\,\Big\vert_0^1-\int_0^1\sqrt{x^2+1}dx+\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)\Big\vert_0^1$, deci $\int_0^1 f(x)dx=\frac{\sqrt{2}+\ln\left(1+\sqrt{2}\right)}{2}$	**2p**
c)	Funcția $g:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $g(x)=\int_0^x e^{f^2(t)}dt-x$ este derivabilă și $g'(x)=e^{x^2+1}-1$	**2p**
	$g'(x)>0$, pentru orice număr real x, deci funcția g este strict crescătoare pe $\mathbb{R}$ și, cum $g(0)=0$, există un unic număr real x pentru care $\int_0^x e^{f^2(t)}dt=x$	**3p**