EVALUAREA NAŢIONALĂ PENTRU ABSOLVENŢII CLASEI a VIII-a
Anul şcolar 2023 - 2024
Matematică

Model

BAREM DE EVALUARE ŞI DE NOTARE

- **Se acordă zece puncte din oficiu. Nota finală se calculează prin împărțirea la zece a punctajului total acordat pentru lucrare.**

SUBIECTUL I ȘI SUBIECTUL al II-lea:

- **Se punctează doar rezultatul, astfel: pentru fiecare răspuns se acordă fie cinci puncte, fie zero puncte.**
- **Nu se acordă punctaje intermediare.**

SUBIECTUL al III-lea

- **Pentru orice soluție corectă, chiar dacă este diferită de cea din barem, se acordă punctajul corespunzător.**
- **Nu se acordă fracțiuni de punct, dar se pot acorda punctaje intermediare pentru rezolvări parțiale, în limitele punctajului indicat în barem.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

1.	**b)**	**5p**
2.	**c)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**d)**	**5p**
5.	**a)**	**5p**
6.	**b)**	**5p**

SUBIECTUL al II-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)**	**5p**
2.	**d)**	**5p**
3.	**b)**	**5p**
4.	**c)**	**5p**
5.	**b)**	**5p**
6.	**c)**	**5p**

SUBIECTUL al III-lea **(30 de puncte)**

1.	**a)** $\frac{30}{100}\left(x-\frac{20}{100}\cdot x\right)=\frac{24x}{100}$ este suma cheltuită de Mihai în a doua zi, unde x reprezintă întreaga sumă de bani	**1p**
	$\frac{24x}{100}<\frac{25x}{100}=\frac{1}{4}\cdot x$, de unde obținem că Mihai nu a cheltuit în a doua zi un sfert din întreaga sumă de bani	**1p**
	b) $\frac{x}{5}+\frac{6x}{25}+\left(\frac{6x}{25}+20\right)+44=x$	**1p**
	$\frac{17x}{25}+64=x$	**1p**
	$x=200$ de lei	**1p**
2.	**a)** $\frac{x}{9+3x}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x^2+3x}=\frac{x}{3(x+3)}-\frac{2}{x+3}+\frac{3}{x(x+3)}=$	**1p**
	$=\frac{x^2-6x+9}{3x(x+3)}=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}$, pentru orice număr real x, $x\neq-3$ și $x\neq0$	**1p**

	b) $\frac{x}{3}+\frac{3}{x}-2=\frac{x^2+9-6x}{3x}=\frac{(x-3)^2}{3x}$	**1p**
	$E(x)=\frac{(x-3)^2}{3x(x+3)}\cdot\frac{3x}{(x-3)^2}=\frac{1}{x+3}$, pentru orice număr real x, $x\neq -3$, $x\neq 0$, $x\neq 3$	**1p**
	$5\cdot E(n)=\frac{5}{n+3}$ este număr natural, deci $n+3=1$ sau $n+3=5$ și, cum n este număr natural, obținem $n=2$	**1p**
3.	**a)** $f(-2)=0$	**1p**
	$2023\cdot f(-2)=2023\cdot 0=0$	**1p**
	b) $A(-2,0)$ și $B(0,2)$ sunt punctele de intersecție a graficului funcției f cu axele Ox, respectiv Oy	**1p**
	În triunghiul dreptunghic isoscel AOB, OM mediană, deci OM bisectoare $\Rightarrow \sphericalangle MOB=45^\circ$	**1p**
	$NP\perp Ox,\ P\in Ox\Rightarrow P(3,0)$, iar $\sphericalangle MON=\sphericalangle MOB+\sphericalangle BOP+\sphericalangle PON=45^\circ+90^\circ+45^\circ=180^\circ$, de unde rezultă că punctele N, O și M sunt coliniare	**1p**
4.	**a)** În triunghiul dreptunghic ABC, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{12^2+9^2}=$	**1p**
	$=\sqrt{225}=15\text{cm}$	**1p**
	b) $QN \parallel AB \parallel CD,\ PM \parallel BC \parallel AD$ și $\sphericalangle QAM=\sphericalangle PCN=90^\circ$, deci $AMEQ$ și $CNEP$ sunt dreptunghiuri	**1p**
	$PC \parallel AM \Rightarrow \Delta PEC\sim\Delta MEA\Rightarrow\frac{PE}{ME}=\frac{PC}{AM}=\frac{EC}{EA}=\frac{1}{2}$	**1p**
	$ME=2\cdot PE$, $AM=2\cdot PC\Rightarrow \mathcal{A}_{AMEQ}=AM\cdot ME=4\cdot PC\cdot PE=4\cdot\mathcal{A}_{CNEP}$	**1p**
5.	**a)** În triunghiul dreptunghic ABC, $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=4\sqrt{2}\text{cm}$	**1p**
	$P_{\Delta ABC}=AB+AC+BC=2\sqrt{2}+4\sqrt{2}+2\sqrt{6}=2\sqrt{2}\left(3+\sqrt{3}\right)\text{cm}$	**1p**
	b) EM mediană în triunghiul dreptunghic isoscel $AEB\Rightarrow EM=\frac{AB}{2}=\sqrt{2}\text{cm}$, BE bisectoarea $\sphericalangle ABC$, $EM\perp AB$, $M\in AB$ și $EN\perp BC$, $N\in BC$, de unde obținem $EM=EN=\sqrt{2}\text{cm}$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AEC}=\mathcal{A}_{\Delta ABC}-\mathcal{A}_{\Delta AEB}-\mathcal{A}_{\Delta BEC}=\frac{AB\cdot BC}{2}-\frac{AB\cdot EM}{2}-\frac{BC\cdot EN}{2}=2\left(\sqrt{3}-1\right)\text{cm}^2$	**1p**
	$\mathcal{A}_{\Delta AEC}=\frac{AC\cdot EP}{2}$, unde $EP\perp AC, P\in AC$, de unde $EP=\frac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}=\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{2}\text{cm}$	**1p**
6.	**a)** $\mathcal{A}_t=2\cdot\left(AB\cdot AA'+BC\cdot AA'+AB\cdot BC\right)=2\cdot(16+8+8)=$	**1p**
	$=2\cdot 32=64\text{cm}^2$	**1p**
	b) $\Delta B'C'D'\equiv\Delta B'C'C\Rightarrow B'D'=B'C$	**1p**
	În triunghiul $B'C'D'$ dreptunghic, $B'N=\frac{B'C'^2}{B'D'}$ și în triunghiul $B'C'C$ dreptunghic, $B'P=\frac{B'C'^2}{B'C}$, de unde $B'N=B'P$	**1p**
	În triunghiul $B'D'C$, $\frac{B'N}{B'D'}=\frac{B'P}{B'C}\Rightarrow NP \parallel D'C,\ D'C\subset(ACD')\Rightarrow NP\parallel(ACD')$	**1p**